Université Pierre et Marie Curie
Licence de Mathématiques L1

LIM10
2011-2012

Fonctions usuelles - TD1
Logarithme

Exercice 1. Echauffement

Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausse :

a) $\forall\, x \in \mathbb{R}$, $\exp(\ln(x)) = x$
b) $\forall\, x \in \mathbb{R}$, $\ln(\exp(x)) = x$
c) $\forall\, x \in \mathbb{R}^{+*}$, la dérivée de $f(x) = x\ln(x) - x$ est $f'(x) = \ln(x)$
d) $\forall\, x \in \mathbb{R}, \forall\, a \in \mathbb{R}^{+*}$, $a^x = \exp(a\ln(x))$
e) $\forall\, x, y \in \mathbb{R}^{+*}$, $\ln(x)\ln(y) = \ln(x+y)$

Exercice 2. Resolution d'equations

Résoudre les équations suivantes :

$$\left(\frac{4}{9}\right)^x \left(\frac{8}{27}\right)^{(1-x)} = \frac{2}{3} \tag{1}$$
$$x^{\sqrt{x}} = \sqrt{x}^x \tag{2}$$
$$2^{x^3} = 3^{x^2} \tag{3}$$

Exercice 3. Etude de fonction 1

Soit $f\ :]0; +\infty[\to \mathbb{R}$ la fonction qui à x associe $x\ln(x)$.

a) Quelle est la limite de f quand x tend vers zéro ?
b) Calculer la dérivée de f et tracer la courbe représentative de f.
c) Résoudre $x^x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice 4. Etude de fonction 2

On considère la fonction $f(x) = \ln(\ln(\ln(x)))$

a) Donner son domaine de définition
b) Etudier ses variations et ses limites aux bornes de l'intervalle de définition.
c) Expliquer pourquoi il y a un unique point x_1 appartenant à l'intervalle de définition tel que $f(x_1) = 0$. Le déterminer.
d) Calculer $f((e^e)^e)$